

ST1- Esonero 28-5-2010 (Orlandi)

Esercizio 1 (9 punti) Sia X una singola osservazione della densità

$$f(x, \theta) := (1 + \theta)x^\theta 1_{(0,1)}(x), \quad \theta > 0.$$

(1) Trovare il test piú potente di ampiezza α per

$$\begin{cases} H_0 : \theta = 1, \\ H_1 : \theta = 2. \end{cases}$$

(2) Si dia la definizione di errore di primo e secondo tipo. Si determini inoltre l'errore di primo e secondo tipo per il test trovato.

Esercizio 2 (9 punti) Sia X una singola osservazione della densità

$$f(x, \theta) := (1 + \theta)x^\theta 1_{(0,1)}(x), \quad \theta > 0$$

Si verifichi l'ipotesi

$$\begin{cases} H_0 : \theta \leq 1, \\ H_1 : \theta > 1. \end{cases}$$

(1) Determinare e trovare un test uniformemente piú potente di ampiezza α (motivare).

(2) Determinare la funzione di potenza

Esercizio 3 (6 punti) Si supponga che su 160 lanci di moneta (Testa-Croce) si sono avuti 100 esiti Testa. Trovare un intervallo di confidenza al 95 per cento dell'esito Testa. La moneta é truccata?. (Suggerimento: si modelli l'esercizio associando a Testa il valore 1 e a Croce il valore 0. Si usi l'approssimazione per grandi campioni.).

Esercizio 3 (6 punti) Sia (X_1, \dots, X_n) un campione estratto da $N(\mu, \sigma^2)$. Si assuma la varianza σ^2 nota.

(1) Trovare un intervallo di confidenza per μ al 90 per cento.

(2) Quanto deve essere grande il campione affinché l'ampiezza di questo intervallo sia minore di 1.?